Canguro Matemático Costarricense

Prueba Student
Nivel Experto

Nombre del estudiante:____________________________________

Nombre de la institución:____________________________________

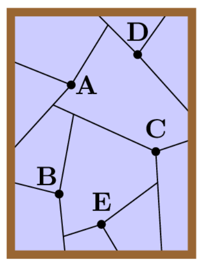
Kangourou Sans Frontières
Costa Rica 2025

3 puntos

1. El año 2025 es un cuadrado perfecto porque $2025 = 45^2$. ¿Cuántos años faltan hasta el próximo año que sea un número cuadrado perfecto?

(**A**) 25 (**B**) 91 (**C**) 121 (**D**) 500 (**E**) 2025

2. Un estudiante lanzó cinco piedras, una tras otra, que impactaron en una ventana en los puntos A, B, C, D y E. Donde cada piedra golpea el vidrio, se crean unas grietas lineales que se detienen en una grieta anterior o en el límite.



¿En qué orden arrojó las piedras?

(**A**) $DACBE$ (**B**) $ABCDE$ (**C**) $BDACE$
(**D**) $BCDAE$ (**E**) $DCABE$

3. Vasily tiene 20 bolas de diferentes colores: amarillas, verdes, azules o negras. De estas, exactamente 17 no son verdes, 15 no son negros y 12 no son amarillos. ¿Cuantas bolas son azules?

(**A**) 8 (**B**) 7 (**C**) 6 (**D**) 4 (**E**) 3

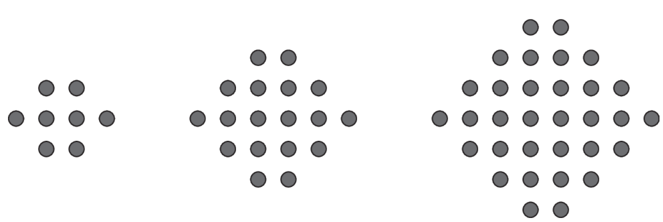
4. ¿En qué intervalo se encuentra el valor de 88×888?

(**A**) Entre 8 y 88 (**B**) Entre 88 y 888 (**C**) Entre 888 y 8 888
(**D**) Entre 8 888 y 88 888 (**E**) Entre 88 888 y 888 888

5. ¿Cuál de las siguientes es igual a la raíz cuadrada de 16^{16}?

(**A**) 4^4 (**B**) 4^8 (**C**) 4^{16} (**D**) 8^8 (**E**) 16^4

6. Las figuras que se muestran a continuación son las tres primeras de una secuencia.



¿Cuántos puntos componen la quinta figura de la secuencia?

(**A**) 72 (**B**) 74 (**C**) 76 (**D**) 78 (**E**) 80

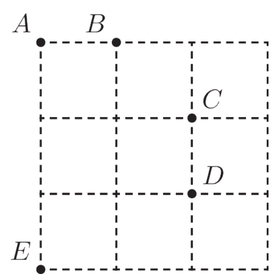
7. Mike obtiene el número x al dividir el número $\sqrt{11}$ entre tres. ¿Dónde se encuentra el número x en la recta numérica?

(**A**) Entre 0 y 1 (**B**) Entre 1 y 2 (**C**) Entre 2 y 3
(**D**) Entre 3 y 4 (**E**) Entre 4 y 5

8. Las barras de chocolate favoritas de Silia vienen en sobres. Cada sobre contenía cinco barras. Ahora solo contienen cuatro, pero se venden al mismo precio. ¿En qué porcentaje ha subido el precio de cada barra?

(**A**) Por 10% (**B**) Por 20% (**C**) Por 25% (**D**) Por 30% (**E**) Por 50%

9. Robert quiere elegir cuatro puntos para que las distancias entre cada par de puntos sean diferentes.

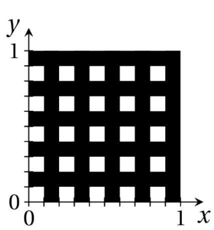


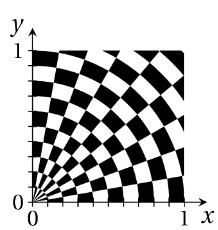
¿Cuál de los puntos A, B, C, D y E se debe eliminar?

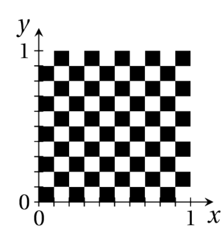
(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D (**E**) E

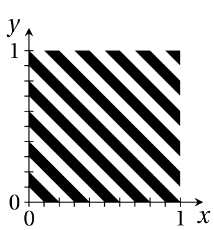
10. En el plano xy, en la región definida por $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, algunos puntos están pintados de negro. El punto (x, y) está pintado de negro si, tanto para x como para y, el primer dígito después de la coma decimal es impar.

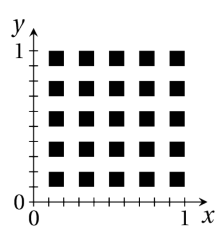
¿Cómo se ve el resultado?

(**A**)


(**B**)


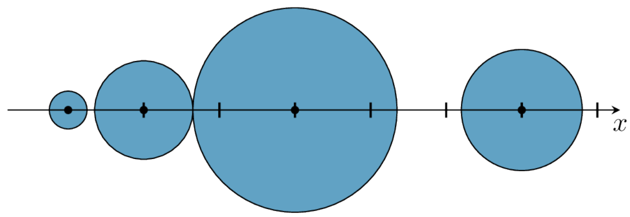
(**C**)


(**D**)


(**E**)


4 puntos

11. Cuatro discos circulares con radios positivos r_1, r_2, r_3 y r_4 están centrados en $(0,0)$, $(1,0)$, $(3,0)$ y $(6,0)$. Los discos pueden tocarse, pero no superponerse.



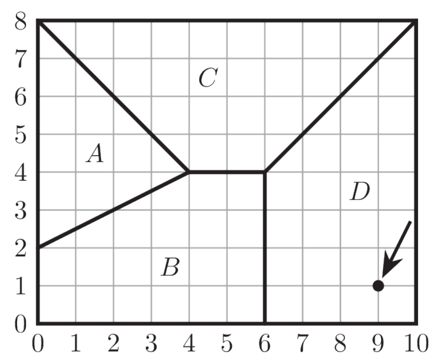
¿Cuál es el valor máximo posible de $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6
(**E**) No hay valor máximo

12. Entre 10 enteros positivos diferentes, hay exactamente cinco que son divisibles por 5 y exactamente siete que son divisibles por 7. Sea M el mayor de estos números. ¿Cuál es el menor valor posible de M?

(**A**) 105 (**B**) 77 (**C**) 75 (**D**) 63 (**E**) otro valor

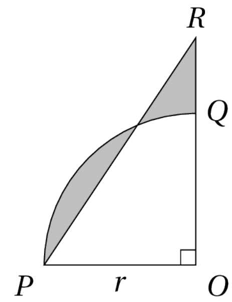
13. El mapa muestra un pequeño pueblo con 4 escuelas. El mapa muestra las regiones A, B, C y D de todos los puntos más cercanos, respectivamente, a cada escuela. Las coordenadas de la escuela en la región D son $(9,1)$.



¿Cuáles son las coordenadas de la escuela en la región A?

(**A**) $(0,4)$ (**B**) $(1,4)$ (**C**) $(1,5)$
(**D**) $(1,6)$ (**E**) $(2,4)$

14. El diagrama muestra un cuarto de círculo OPQ y un triángulo OPR. Las dos regiones sombreadas tienen la misma área.



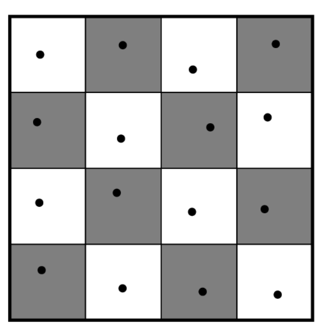
¿Cuál es la longitud de OR?

(A) $\dfrac{\pi r}{2}$ **(B)** $\dfrac{3r}{2}$ **(C)** πr **(D)** $\dfrac{2}{\pi}$ **(E)** $\dfrac{\pi}{2r}$

15. ¿Cuál es el entero positivo más pequeño N tal que $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ es un entero?

(A) $2^{12} \cdot 3^6$ **(B)** $2^4 \cdot 3^{14}$ **(C)** $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$
(D) $2^4 \cdot 3^2$ **(E)** ninguno de los anteriores

16. En un tablero de ajedrez gigante de $4x4$ hay 16 canguros, uno en cada casilla. En cada turno, cada canguro salta a una casilla contigua (arriba, abajo, izquierda o derecha, pero no en diagonal). Todos los canguros permanecen en el tablero. Puede haber varios canguros en cualquier casilla.



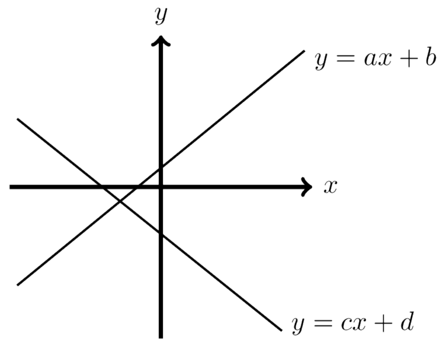
Después de 100 saltos, ¿cuál es el mayor número posible de casillas vacías?

(A) 15 **(B)** 14 **(C)** 12 **(D)** 10 **(E)** 8

17. El número de cinco dígitos $\overline{N18NN}$ es divisible por 18. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre el dígito N es verdadera?

(A) Hay exactamente un tal N
(B) Hay exactamente dos de tales N
(C) Hay exactamente tres de tales N
(D) No existe tal N
(E) Hay más de tres de estos N

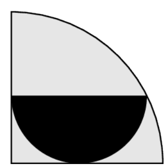
18. Un estudiante dibujó los gráficos de dos funciones lineales en un sistema de coordenadas, como se muestra.



La expresión $ab + cd - (ac + bd)$ es siempre

(**A**) Negativa. (**B**) No positiva. (**C**) Positiva.
(**D**) Cero. (**E**) Ninguna de las otras es siempre verdadera.

19. Un semicírculo de área 12cm^2 está inscrito en un cuarto de círculo como se muestra.



¿Cuál es el área del cuarto de círculo?

(**A**) 42 cm^2 (**B**) 36 cm^2 (**C**) 32 cm^2 (**D**) 30 cm^2 (**E**) 25 cm^2

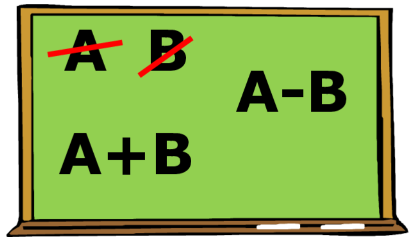
20. Cuando mi abuela empezó a tejer calcetines de lana, tenía un ovillo enorme de lana de 30 cm de diámetro. Después de tejer 70 calcetines, todavía conserva un ovillo de lana de 15 cm de diámetro.

¿Cuántos calcetines más puede tejer la abuela con el hilo que le queda?

(**A**) 70 (**B**) 50 (**C**) 30 (**D**) 20 (**E**) 10

5 puntos

21. Un estudiante empieza con dos números escritos en la pizarra. Luego los borra y escribe la suma y la diferencia positiva. Continúa el mismo proceso con los nuevos números. Empieza con los números 3 y 5 y repite el proceso 50 veces.



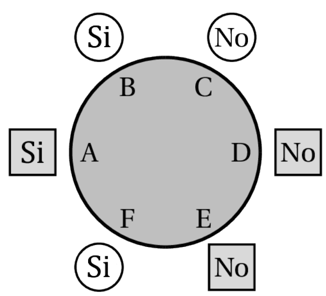
¿Cuáles son los dos números que obtendrá al final?

(**A**) 3^{25} y 5^{25} (**B**) 3^{50} y 5^{50} (**C**) $2 \cdot 3^{25}$ y $2 \cdot 5^{25}$
(**D**) $3 \cdot 2^{25}$ y $5 \cdot 2^{25}$ (**E**) Ninguno de los anteriores

22. John escribió un entero arbitrario de dos dígitos en una pizarra. Luego, borró el último dígito. Como resultado, el entero inicial disminuyó en $p\%$. ¿Cuál de los siguientes valores se acerca más al máximo posible de p?

(**A**) 10 (**B**) 50 (**C**) 90 (**D**) 95 (**E**) 99

23. Un grupo de tres hombres cuadrados de Marte y un grupo de tres hombres circulares de Júpiter están sentados alrededor de una mesa, como se muestra. Uno de los seis tiene la llave de su platillo volante. Todos los miembros de un grupo siempre dicen la verdad y todos los del otro grupo siempre mienten. A los seis se les preguntó: "¿Tiene la llave la persona sentada a su lado?". Sus respuestas se muestran en la figura.



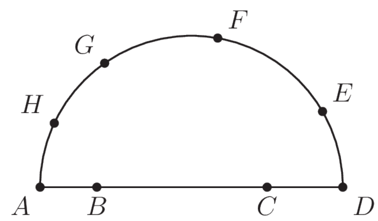
¿Quién tiene la llave?

(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D (**E**) E

24. Julia y su hermana pequeña, Paula, salen juntas a dar un paseo en bicicleta. Ambas van a una velocidad constante: Julia a 18 km/h y Paula a 12 km/h, y siguen el mismo camino. Julia se siente cansada después de 20 minutos y decide regresar. Al encontrarse con Paula, Julia le dice que dé la vuelta y ambas regresan a casa, cada una a su ritmo. ¿Cuántos minutos más tarde que Julia llegará Paula a casa?

(**A**) 4 (**B**) 6 (**C**) 8 (**D**) 10 (**E**) 15

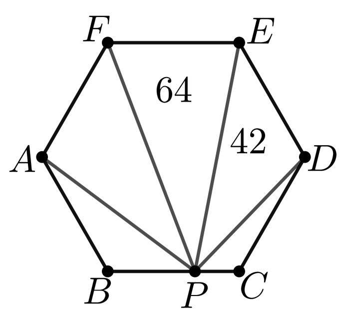
25. En un semicírculo con diámetro AD, los puntos B y C se encuentran en el diámetro y los puntos E, F, G y H se encuentran en el arco del semicírculo.



¿Cuántos triángulos se pueden formar con sus vértices en tres de estos ocho puntos?

(**A**) 15 (**B**) 50 (**C**) 51 (**D**) 52 (**E**) 54

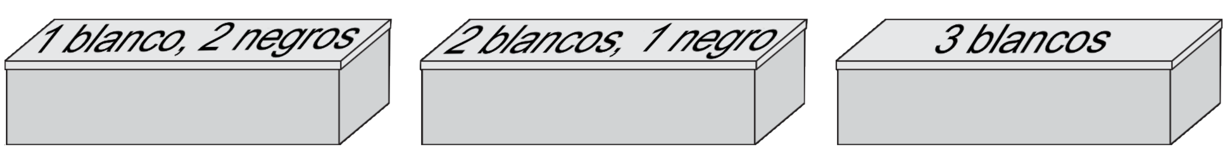
26. El diagrama muestra un hexágono regular $ABCDEF$. El punto P se encuentra en BC, de modo que el área del $\triangle PEF$ es 64 y el área del $\triangle PDE$ es 42.



¿Cuál es el área del $\triangle APF$?

(**A**) 53 (**B**) 54 (**C**) 56 (**D**) 60 (**E**) 64

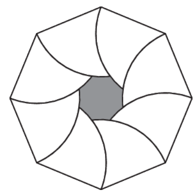
27. Tres cajas contienen tres bolas cada una. Las inscripciones en las tapas muestran el contenido de cada caja. Las tapas están reorganizadas de tal manera que ninguna muestra el contenido correctamente.



Mike elige una caja, saca una bola al azar y anota su color sin devolverla. ¿Cuál es el número mínimo de bolas que Mike necesita sacar para determinar el contenido de cada caja?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

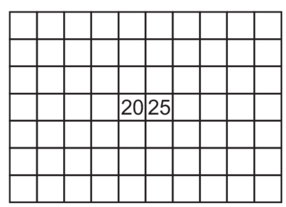
28. La figura muestra un octógano regular de lado 1 cm. Se ha dibujado un arco de radio 1 cm centrado en cada vértice, como se muestra.



¿Cuál es el perímetro de la región sombreada?

(**A**) π cm (**B**) $\frac{2\pi}{3}$ cm (**C**) $\frac{8\pi}{9}$ cm (**D**) $\frac{4\pi}{5}$ cm (**E**) $\frac{3\pi}{4}$ cm

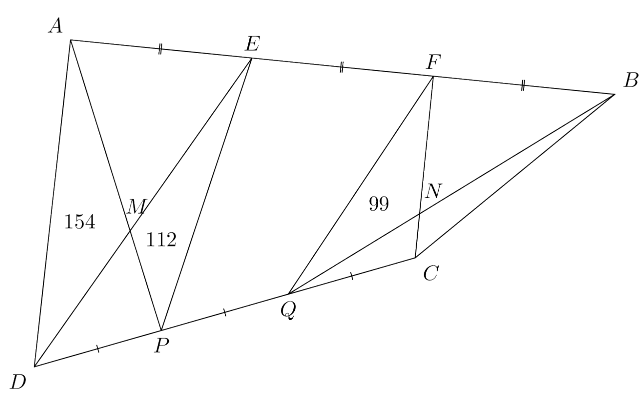
29. Patricia ha escrito un número en cada celda de una tabla de 7×10. La suma de todos los números en cualquier rectángulo de 3×4 o 4×3 es cero. Los números en dos de las celdas se muestran en el diagrama.



¿Cuál es la suma de todos los números de la tabla?

(**A**) -5 (**B**) -20 (**C**) -25
(**D**) -45 (**E**) no es posible determinar

30. Los lados AB y CD del cuadrilátero convexo $ABCD$ están divididos en tres partes por los puntos E, F, P y Q, de modo que $AE = EF = FB$ y $DP = PQ = QC$. Las diagonales de $AEPD$ y $FBCQ$ se intersecan en M y N, respectivamente. Las áreas de los triángulos AMD, EMP y FNQ son 154, 112 y 99, respectivamente.



¿Cuál es el área del triángulo BCN?

(**A**) 57 (**B**) 70 (**C**) 72 (**D**) 86 (**E**) 141

Nombre:____

Institución:____

01.	A	B	C	D	E
02.	A	B	C	D	E
03.	A	B	C	D	E
04.	A	B	C	D	E
05.	A	B	C	D	E
06.	A	B	C	D	E
07.	A	B	C	D	E
08.	A	B	C	D	E
09.	A	B	C	D	E
10.	A	B	C	D	E
11.	A	B	C	D	E
12.	A	B	C	D	E
13.	A	B	C	D	E
14.	A	B	C	D	E
15.	A	B	C	D	E
16.	A	B	C	D	E
17.	A	B	C	D	E
18.	A	B	C	D	E
19.	A	B	C	D	E
20.	A	B	C	D	E
21.	A	B	C	D	E
22.	A	B	C	D	E
23.	A	B	C	D	E
24.	A	B	C	D	E
25.	A	B	C	D	E
26.	A	B	C	D	E
27.	A	B	C	D	E
28.	A	B	C	D	E
29.	A	B	C	D	E
30.	A	B	C	D	E

Costa Rica