

Canguro Matemático Costarricense



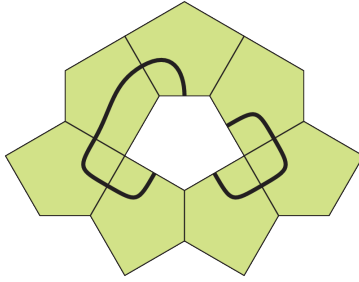
Prueba Student
Nivel Experto

Nombre del estudiante: _____

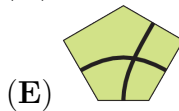
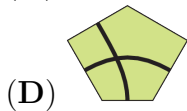
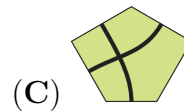
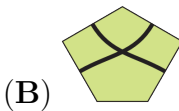
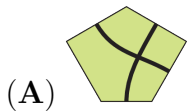
Nombre de la institución: _____

3 puntos

1. Un patrón está hecho de pentágonos iguales.



¿Cuál de los pentágonos de abajo, cuando se coloca en el agujero central, formará un **bucle** que se cruza a sí mismo?



2. ¿Cuál de estos enteros es dos menos que un múltiplo de diez, dos más que un cuadrado y dos veces un número primo?

(A) 78

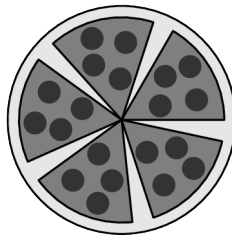
(B) 58

(C) 38

(D) 18

(E) 6

3. Un joven canguro cortó una pizza en seis rebanadas iguales. Después de comer una rebanada, colocó las rebanadas restantes con espacios iguales entre las rebanadas.



¿De qué tamaño es el ángulo de cada espacio?

(A) 5°

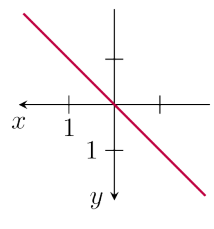
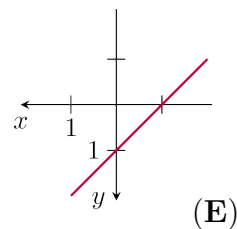
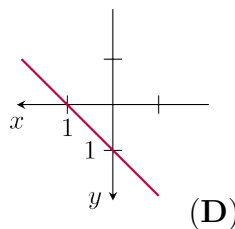
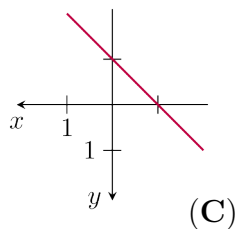
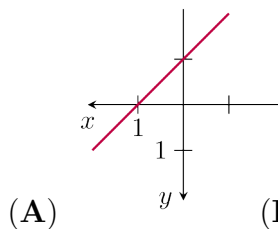
(B) 8°

(C) 9°

(D) 10°

(E) 12°

4. Julián tiene la inusual costumbre de dibujar el plano xy con los ejes de coordenadas positivas apuntando hacia la izquierda y hacia abajo. ¿Cómo se vería la gráfica de la ecuación $y = x + 1$ en un sistema de coordenadas dibujado por Julián?



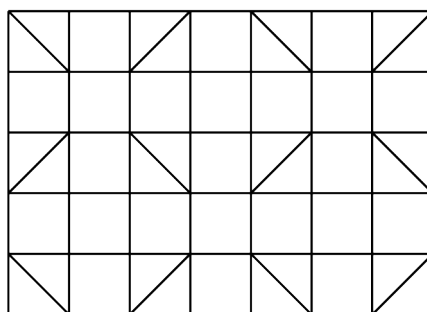
5. Karla ha manipulado un dado. Las probabilidades de sacar un 2, 3, 4 o 5 siguen siendo de $\frac{1}{6}$ cada uno, Pero la probabilidad de sacar un 6 es el doble de la probabilidad de sacar un 1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$

6. ¿Cuál de las siguientes expresiones tiene el mismo valor que $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

- (A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

7. Priscilla desea colorear los cuadrados y triángulos de la siguiente figura,



De tal manera que no hay dos figuras vecinas, ni siquiera las que comparten un solo vértice, del mismo color.

¿Cuál es el menor número de colores necesarios?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

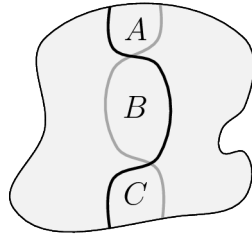
8. Hay 6 monedas sobre una mesa con escudo hacia arriba. En cualquier movimiento, le damos vuelta a exactamente 4 de ellas. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para tener todas las monedas con corona hacia arriba?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Un estudiante comenzó con el número 1 y lo multiplicó por 6 o 10. Luego multiplicó el resultado por 6 o 10, y continuó este procedimiento muchas veces. ¿Cuál de los siguientes **no** puede ser uno de los números que obtuvo?

- (A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$
 (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

10. Un camino negro y un camino gris cruzan un parque, como se muestra.



Cada camino divide el parque en dos regiones de igual área. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser verdadera sobre las áreas A , B and C ?

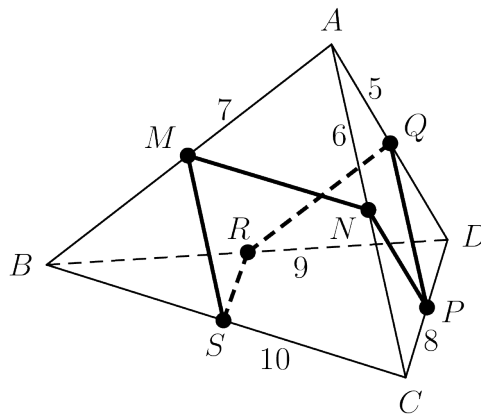
- (A) $A = C$ (B) $B = A + C$ (C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$
 (D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$

4 puntos

11. Exactamente una de estas afirmaciones sobre un cierto número entero positivo n es verdadera. ¿Qué afirmación es verdadera?

- (A) n es divisible por 3 (B) n es divisible por 6 (C) n es impar
 (D) $n = 2$ (E) n es primo

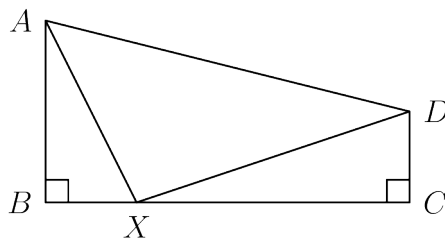
12. En una pirámide triangular $ABCD$ sus lados miden 5, 6, 7, 8, 9 y 10. Los puntos M , N , P , Q , R y S son los puntos medios de las aristas de la pirámide, como se muestra.



¿Cuál es el perímetro de la línea hexagonal cerrada $MNPQRS$?

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

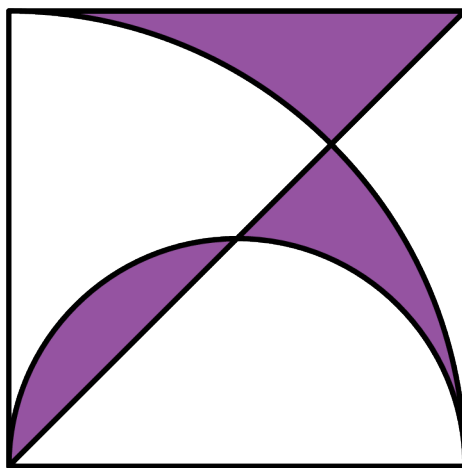
13. Un cuadrilátero $ABCD$ tiene dos ángulos rectos en B y C , donde $AB = 4$, $BC = 8$ y $CD = 2$. El punto X se encuentra sobre el lado BC .



¿Cuál es el valor mínimo de $AX + DX$?

- (A) $9\sqrt{2}$ (B) 12
 (C) 13 (D) 10
 (E) Ninguno de los anteriores
14. John tiene un número de cubos unitarios completamente negros o completamente blancos y quiere construir un cubo de $3 \times 3 \times 3$ usando 27 de ellos. Quiere que la superficie sea exactamente mitad negra y mitad blanca. ¿Cuál es el número más pequeño de cubos negros que puede usar?
- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11
 (E) Ninguno de los anteriores

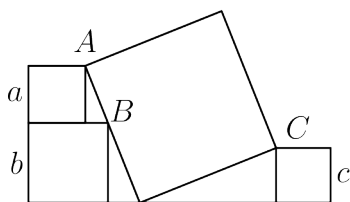
15. Una diagonal, un semicírculo y un cuarto de circunferencia se dibujan en un cuadrado de 6 cm de lado.



¿Cuál es el área, en cm^2 , de la parte sombreada?

- (A) 9 (B) 3π (C) $6\pi - 9$ (D) $10\pi/3$ (E) 12

16. La figura muestra cuatro cuadrados.



Los más pequeños tienen longitudes laterales a , b y c . Los vértices A y C de dos de los cuadrados más pequeños coinciden con dos vértices diagonalmente opuestos del cuadrado grande. El vértice B del tercer cuadrado pequeño está en el lado del grande. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la longitud del lado del cuadrado más grande?

- (A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ (B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
 (D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ (E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

17. Tenemos dos números positivos p y q , con $p < q$. ¿Cuál de estas expresiones es la más grande?

- (A) $\frac{p + 3q}{4}$ (B) $\frac{p + 2q}{3}$ (C) $\frac{p + q}{2}$ (D) $\frac{2p + q}{3}$ (E) $\frac{3p + q}{4}$

18. ¿Cuántos números de tres dígitos hay que contienen al menos uno de los dígitos 1, 2 ó 3?

- (A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

19. Marcelo escribió un número de 4 dígitos distinto de cero $N = \overline{pqrs}$. Cuando colocó un punto decimal entre el q y el r , encontró que el número resultante $\overline{p\dot{q}.r\dot{s}}$ es el promedio de los números de dos dígitos \overline{pq} y \overline{rs} . ¿Cuál es la suma de los dígitos de N ?

- (A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

20. Dos velas de igual longitud comienzan a arder al mismo tiempo. Una de las velas se quemará en 4 horas, la otra en 5 horas, cada una a su propio ritmo constante. ¿Cuántas horas tendrán que arder antes de que una vela sea 3 veces la longitud de la otra?

- (A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

5 puntos

21. Andre tiene seis tarjetas con un número escrito en cada lado de cada tarjeta. Los pares de números en las tarjetas son $(5, 12)$, $(3, 11)$, $(0, 16)$, $(7, 8)$, $(4, 14)$ y $(9, 10)$. Las cartas se pueden colocar en cualquier orden en los espacios en blanco de la figura.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

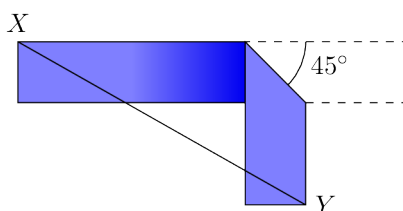
¿Cuál es el resultado más pequeño que puede obtener?

- (A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

22. Un canguro resuelve la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, y un castor resuelve la ecuación $bx^2 + ax + c = 0$, donde a, b, c son números pares enteros distintos de cero. Resulta que las ecuaciones comparten una solución. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser verdadera?

- (A) La solución común debe ser 0.
 (B) La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene exactamente una solución real.
 (C) $a > 0$
 (D) $b < 0$
 (E) $a + b + c = 0$

23. Tengo una tira de papel de 12 cm de largo y 2 cm de ancho. Hago un pliegue a través de él a 45° y luego lo doblo, de modo que las dos partes de la tira estén alineadas en ángulo recto, como se muestra.



¿Cuál es la longitud más pequeña posible, en cm, de XY ?

- (A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) 10 (D) 8 (E) $6 + \sqrt{2}$

24. Rebeca tiene varios dados iguales de 12 caras, cada uno con caras etiquetadas de 1 a 12. Al tirar todos los dados a la vez, la probabilidad de tirar 12 exactamente una vez es igual a la probabilidad de no tirar 12. ¿Cuántos dados tiene Rebeca?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

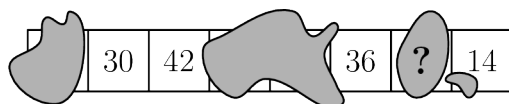
25. Un polinomio $p(x)$ satisface la relación $p(x+1) = x^2 - x + 2p(6)$ para cada real x . ¿Cuál es la suma de los coeficientes de p ?

- (A) -40 (B) -6 (C) 12 (D) 40
 (E) Ninguno de los anteriores

26. Los valores de x , y y z cumple que $2^x = 3$, $2^y = 7$ y $6^z = 7$. ¿Cuál de las siguientes opciones da la relación entre x , y y z ?

- (A) $z = \frac{y}{1+x}$ (B) $z = \frac{x}{y} + 1$ (C) $z = \frac{y}{x} - 1$ (D) $z = \frac{x}{y-1}$ (E) $z = y - \frac{1}{x}$

27. Una tira de papel consta de ocho cuadrados. Inicialmente, cada cuadrado contiene el número 0. En cada movimiento, elegimos 4 cuadrados consecutivos y sumamos uno a cada uno de los números de esos cuadrados. La figura de la derecha muestra el resultado después de una serie de movimientos, pero desafortunadamente un poco de tinta está cubriendo algunas de las casillas.



¿Qué número está escrito en el cuadrado con el signo de interrogación?

- (A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48
(E) Ninguno de los anteriores

28. La función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cumple que $f(20 - x) = f(22 + x)$ para todos los reales x . Es conocido que f tiene exactamente dos raíces. ¿Cuál es la suma de estas dos raíces?

- (A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22
(E) Ninguno de los anteriores

29. Doce puntos están igualmente espaciados en un círculo. ¿Cuántos triángulos que contienen un ángulo 45° se pueden formar eligiendo tres de estos puntos?

- (A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84 (E) 96

30. Un número especial de cuatro dígitos \overline{abcd} satisface la ecuación $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. ¿Cuál es el valor de a ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Nombre: _____

Institución: _____

01. A B C D E

02. A B C D E

03. A B C D E

04. A B C D E

05. A B C D E

06. A B C D E

07. A B C D E

08. A B C D E

09. A B C D E

10. A B C D E

11. A B C D E

12. A B C D E

13. A B C D E

14. A B C D E

15. A B C D E

16. A B C D E

17. A B C D E

18. A B C D E

19. A B C D E

20. A B C D E

21. A B C D E

22. A B C D E

23. A B C D E

24. A B C D E

25. A B C D E

26. A B C D E

27. A B C D E

28. A B C D E

29. A B C D E

30. A B C D E

